

完全重构的非均匀滤波器组设计*

石光明 焦李成 谢雪梅

西安电子科技大学电子工程学院雷达信号处理国家重点实验室, 西安 710071

摘要 讨论了完全重构的非均匀多通道滤波器组的设计方法, 分析了多种条件下的设计问题, 针对不同的条件, 建立了相应的优化双目标函数, 将进化策略和连续二次规划算法相结合, 提出了一种混合优化设计方法, 可解双目标函数问题, 具有收敛性好, 计算代价适中等特点. 设计结果表明, 用混合优化算法可以得到性能良好的非均匀滤波器组.

关键词 非均匀滤波器组 完全重构 余弦调制

在很多实际应用中, 人们希望对信号进行分析时, 在不同的时频段有不同的分辨率, 所以要求滤波器组中的滤波器所占的带宽是非均匀的. 许多学者研究了非均匀滤波器组的理论和设计方法^[1~4]. Koilpillai 等^[5]研究了非均匀滤波器组的完全重构条件, Cox^[3]提出合并均匀滤波器组实现非均匀滤波器组的思想, 但当时由于没有出现完全重构的 M 带均匀滤波器组的设计方法, 他所设计的非均匀滤波器组是近似完全重构的. 近年来出现了 M 带完全重构均匀余弦调制滤波器组(CMFB)^[6]. Chan 等^[7]利用 Cox 的思想以及完全重构的 CMFB 设计方法, 得到了完全重构的非均匀滤波器组.

在合并的设计思想中, 需要分别设计两个均匀滤波器组, 通道数为 M 和 m ($m < M$), 其中 m 通道的称为合并滤波器组, 如果设计不当, 就会造成在分析(合成)滤波器组的阻带内的频率特性有很大的起伏峰^[7]. Chan 的方法需要根据 M 通道的均匀滤波器组的参数来设计合并滤波器组, 设计过于复杂, 而且只讨论了 M 和 m 互为质数的情况. 本文讨论了 M 和 m 非互为质数的情况, 并将两种情况的设计方法总结为具有双目标函数的优化问题, 提出一种新的混合优化算法来完成双目标函数优化, 消除分析(合成)滤波器组的阻带内的起伏峰.

1 完全重构的非均匀多通道滤波器组的设计方法

均匀滤波器组的设计是用合并法设计非均匀滤波器组的基础, 下面首先简述完全重构的余弦调制均匀滤波器组的设计方法. CMFB 的 M 带均匀分析滤波器 $h_k(n)$ 和合成滤波器 $f_k(n)$ 可以由同一个原型滤波器 $p(n)$ 得到^[6],

$$h_k(n) = p(n) \cos \left[\frac{\pi}{2M} (2k+1) \left(n - \frac{N-1}{2} \right) + (-1)^k \frac{\pi}{4} \right], \quad (1)$$

2000-07-20 收稿, 2000-08-15 收修改稿

* 国家自然科学基金(批准号: 69772029)和国家“八六三”资助项目

$$f_k(n) = p(n) \cos \left[\frac{\pi}{2M} (2k+1) \left(n - \frac{N-1}{2} \right) - (-1)^k \frac{\pi}{4} \right], \quad (2)$$

其中 $k = 0, 1, \dots, M-1$, $n = 0, 1, \dots, N-1$, N 是 $p(n)$ 的长度. 令 $P(z) = \sum_{n=0}^{N-1} p(n)z^{-n} = \sum_{q=0}^{2M-1} z^{-q} E_q(z^{2M})$, 如果

$$E_k(z) E_{2M-k-1}(z) + E_{M+k}(z) E_{M-k-1}(z) = \beta \cdot z^{-\alpha}, \quad k = 0, 1, \dots, M-1 \quad (3)$$

β 为非零的任意实常数, α 为小于 $2m-1$ 的正整数 (m 是 $E_k(z)$ 的长度), 那么所设计的 M 带均匀滤波器组是完全重构的. 由(1)和(2)式可知 $h_k(n)$ 和 $f_k(n)$ 的频率特性完全取决于原型滤波器, 所以 CMFB 的设计方法是针对低通原型滤波器 $P(z)$, 以它的系数为变量, 建立目标函数

即
$$\Phi_{\text{CMFB}} = \int_{\omega_s}^{\pi} |P(e^{j\omega})|^2 d\omega, \quad (4)$$

ω_s 是 $P(z)$ 的阻带截止频率 ($\pi/2M \leq \omega_s \leq \pi/M$), 在条件(3)的约束下, 使目标函数最小.

图 1 是 Cox 提出的两级合并结构, 由通道数分别为 M 和 $m_0 (M > m_0)$ 的均匀滤波器组组成, 前者称为源滤波器组, 后者为合并滤波器组. 源滤波器组的前 m_0 个通道的分析滤波器 $H_i(z) (i = 0, \dots, m_0 - 1)$ 与合并滤波器组中的合成滤波器 $G_{0,i}(z)$ (在图中虚线框内) 一一串接, $H_i(z)$ 的输出经下采样器 M 和上采样器 m_0 到 $G_{0,i}(z)$, 所有 $G_{0,i}(z) (i = 0, \dots, m_0 - 1)$ 的输出相加合并, 从而形成下采样为 m_0/M 的分析滤波器. $G'_{0,i}(z)$ 是与 $G_{0,i}(z)$ 相对应的分析滤波器, 它们与源滤波器组的前 m_0 通道的合成滤波器 $F_i(z)$ 合并形成上采样为 m_0/M 的合成滤波器, 这样就构成了非均匀滤波器的第 1 个通道. 依次类推, 得到上下采样为 $\left\{ \frac{m_0}{M}, \dots, \frac{m_k}{M}, \dots, \frac{m_{L-1}}{M} \right\}$ 的 L 通道非均匀滤波器组, 其中 m_k 应该满足 $\sum_{k=0}^{L-1} m_k = M$ 条件. 很明显, 如果源滤波器组和合并滤波器组都是完全重构的, 而且保证每个合并后的通道的延时一致, 那么整个非均匀滤波器组就是完全重构的. 源滤波器组和合并滤波器组都可以利用 CMFB 设计. 如果两个滤波器组分别设计, 则得到的非均匀各分析(合成)滤波器在阻带内很可能存在起伏峰^[7], 这在应用中是不允许的. 本文提出用优化方法来解决这个问题.

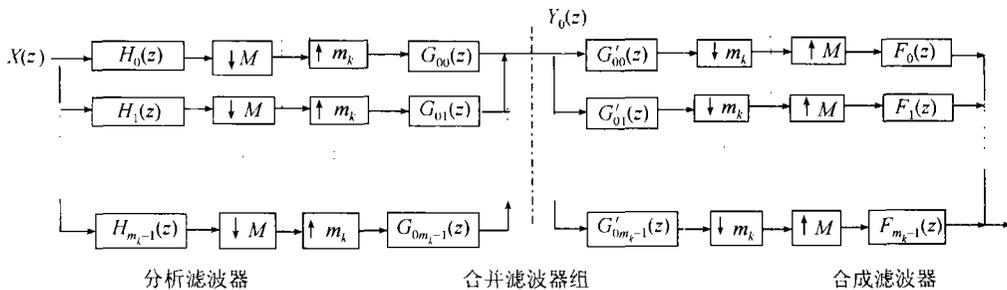


图 1 两级直接合并结构图^[3] ($k=0$)

2 目标函数

M 和 m_k 都为正整数, 它们之间有两种关系: (1) 互为质数 (M 不能被 m_k 整除, 简称互质); (2) 非互为质数 (M 能被 m_k 整除). 不同的情况所设计的目标函数是不同的, 下面分别讨论.

2.1 M 和 M_k 互质情况

根据 Noble 等效原则^[8], 假如 M 和 m_k 是互质的, 那么在图 1 中的下采样 M 和上采样 m_k 可以互换, 可以得到非均匀分析滤波器组中一个通道的等效表示的滤波器 $\tilde{H}_k(z)$, 有

$$\tilde{H}_k(z) = \sum_{i=0}^{m_k-1} H_{l+i}(z^{m_k}) G_{ki}(z^M), \quad (5)$$

其中 $G_{ki}(z)$ 是第 k 带 ($0 \leq k \leq L-1$) 中的第 i 个合并滤波器, l 是开始合并的通带序号 $0 \leq l \leq M-1$. 由于有等效表示的滤波器 $\tilde{H}_k(z)$, 所以选 $\tilde{H}_k(z)$ 的阻带能量最小为目标函数,

$$\min(\Phi_k) = \min\left(\int_0^{\tilde{\omega}_{s1}} |\tilde{H}_k(e^{j\omega})|^2 d\omega + \int_{\tilde{\omega}_{s2}}^{\pi} |\tilde{H}_k(e^{j\omega})|^2 d\omega\right), \quad (6)$$

$\tilde{\omega}_{s1}$, $\tilde{\omega}_{s2}$ 分别是等效滤波器的低频和高频段的阻带截止频率. 当 $k=0$, $\tilde{H}_k(z)$ 是低通, 则 $\tilde{\omega}_{s1}=0$, $0 < \tilde{\omega}_{s2} < \pi$; 当 $k=L-1$, $\tilde{H}_k(z)$ 是高通, 则 $0 < \tilde{\omega}_{s1} < \pi$, $\tilde{\omega}_{s2}=\pi$; 当 $0 < k < L-1$, $\tilde{H}_k(z)$ 是带通, $0 < \tilde{\omega}_{s1} < \tilde{\omega}_{s2} < \pi$.

2.2 M 和 m_k 非互质情况

此时, 在图 1 中下采样 M 和上采样 m_k 不可以互换, 也就没有等效表示的滤波器. 这时仍可写出分析滤波器的输入 $X(z)$ 和输出 $Y_k(z)$ 的关系

$$Y_k(z) = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{m_k-1} G_{ki}(z) H_{l+i}(z^{m_k/M}) X(z^{m_k/M}) + \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{m_k-1} G_{ki}(z) \sum_{s=1}^{M-1} H_{l+i}(z^{m_k/M} W_M^s) X(z^{m_k/M} W_M^s), \quad (7)$$

其中 $W_M = e^{j2\pi/M}$. (7) 式有两项, 前一项是主频分量, 后一项是所有的混叠分量的和. 它的特性可以用输入和输出的频率变化关系图表示. 如果 $x(n)$ 是单频 ω_1 的正弦信号, 那么 $y_k(n)$ 包含主频为 $\omega_1 \times \frac{m_k}{M}$ 和其他谐波成分. 由 (7) 式, 得到

$$Y_k(z) = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{m_k-1} G_{ki}(z) H_{l+i}(z^{m_k/M}) X(z^{m_k/M}) + \frac{1}{M} \sum_{s=1}^{M-1} A_k(z) X(z^{m_k/M} W_M^s), \quad (8)$$

$$A_k(z) = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{m_k-1} G_{ki}(z) H_{l+i}(z^{m_k/M} W_M^s). \quad (9)$$

如果混叠分量 $X(z^{m_k/M} W_M^s)$ 的增益 $A_k(z)$ 很小, 则 $Y_k(z)$ 中的谐波分量也就很小. 此时一个合适的目标函数为

$$\min(\Phi_k) = \min\left(\int_0^{\pi} \sum_{s=1}^{M-1} |A_k(e^{j\omega})| d\omega = \frac{1}{M} \sum_{s=1}^{M-1} \int_0^{\pi} \left| \sum_{i=0}^{m_k-1} G_{ki}(e^{j\omega}) H_{l+i}(e^{jm_k/M\omega} W_M^s) \right| d\omega\right). \quad (10)$$

3 优化变量的选择

我们发现, 阻带截止频率 ω_s 值的大小直接影响均匀滤波器组中各滤波器的过渡带的宽

窄和形状. 从(5)和(7)式得知,非均匀分析滤波器组中的滤波器特性取决于 $G_{ki}(z)$ 与 $H_{l+i}(z)$, 合并实际上是两组的滤波器各自串联再相加过程,在频域,就是对应的滤波器的频率特性相乘再相加. 假设均匀源滤波器组为 M 带,合并滤波器组为 m_k 带,对应的原型滤波器 $P_h(z)$ 和 $P_g(z)$ 的长度分别为 N_h 和 N_g . 理论上各自的原型滤波器的阻带截止频率 ω_s 分别是 $\frac{\pi}{2M}$ 和 $\frac{\pi}{2m_k}$. 经过下采样 M 和上采样 m_k , $H_{l+i}(e^{j\omega})$ 的频率特性变成 $H_{l+i}(e^{j\frac{m_k-2S\pi}{M}\omega})$ ($S=0, 1, 2, \dots$).

由于下上采样器造成的频率混叠和频率特性波形的压缩, $\sum_{i=0}^{m_k-1} H_{l+i}(e^{j\frac{m_k-2S\pi}{M}\omega})$

$G_{ki}(e^{j\omega})$ 在阻带有起伏峰. 经分析发现,如果 $P_h(e^{j\frac{m_k}{M}\omega})$ 的过渡带和 $P_g(e^{j\omega})$ 的过渡带频率响应的形状越相似,那么这些起伏峰在总相加时,相互抵消的就越多, $Y_k(e^{j\omega})$ 中的谐波分量也就越小. 所以我们引入阻带截止频率因子 ϵ_1, ϵ_2 , 将 $P_h(z)$ 和 $P_g(z)$ 的阻带截止频率 ω_s 分别设计为 $\omega_{s_h} = \frac{\pi}{2M} \cdot \epsilon_1$ 和 $\omega_{s_g} = \frac{\pi}{2m_k} \cdot \epsilon_2$, 其中 ϵ_1, ϵ_2 是实系数,且有 $0.5 \leq \epsilon_1 \leq 1.5$, $0.5 \leq \epsilon_2 \leq 1.5$, 这有利于选择合适的原型滤波器的过渡带. 为使两个原型滤波器的过渡带形状相似. 由文献[3]可知,两个原型滤波器的长度必须满足

$$N_h = 2 \times n \times M \quad \text{与} \quad N_g = 2 \times n \times m_k, \quad (11)$$

这里, n 是大于零的整数. 这样按两级合并结构设计完全重构的非均匀滤波器组的步骤是:

- (1) 按(11)式选择两个原型滤波器 $P_h(z)$ 和 $P_g(z)$ 的长度及 ϵ_1 ;
- (2) 用完全重构的 CMFB, 设计 M 带均匀滤波器;
- (3) 设计 $P_g(z)$ 的系数和 ϵ_2 , 使得目标函数 $\Phi_{\text{CMFB}_g} = \int_{\omega_{s_g}}^{\pi} |P_g(e^{j\omega})|^2 d\omega$ 和 Φ_k 最小.

所以需要优化的变量是原型滤波器的系数和阻带截止频率因子.

4 混合优化算法

在上述的设计中,有两个目标函数. 显然,传统单目标函数的优化方法不适于解此类问题. 本文提出二次优化算法,传统的带约束的连续二次型规划(SQP)算法用于完全重构的 CMFB 设计,它以(4)式为目标函数, $P_g(z)$ 的系数为变量, 而用进化策略(ES)对 ϵ_2 优化计算, 目标函数为(6)或(10)式,前一次的优化计算的结果作为后一次优化的输入,称之为混合优化算法. 在每一代进化策略计算过程中,对于每一个可行解都进行 SQP 的二次优化. 由于 ES 的群体维数是 1, 所以整个过程中的计算量适中. 在计算中,如果一个群体的输入使得 SQP 计算不能收敛,则抛弃这个群体,每代 ES 都保留最佳的一个群体,这样可以保证整个的算法是收敛的. 混合优化算法描述如下:

- (1) 初始化父代群体. 随机产生一组初始解 ϵ_{2i} , $i=1, 2, \dots, P$, P 为群体中染色体的数目, ϵ_{2i} 均匀分布在 $[0.5, 1.5]$;
- (2) 复制. 给每个父代个体 ϵ_{2i} 的每个元素加上均值为 0, 方差预先确定的 Gauss 随机数, 产生新的 ϵ'_{2i} , $i=1, 2, \dots, P$;
- (3) 二次优化. 对每个 ϵ_{2i} 和 ϵ'_{2i} , 针对目标函数(4), 在(3)式的约束下, 用 SQP 优化得出多

组 $P_g(z)$ 的系数 $p_{g_i}(n)$ 和 $p'_{g_i}(n)$.

(4) 选择. 计算目标函数(6)或(10), 根据目标函数 $\Phi(\epsilon_{2i}, p_{g_i}(n))$ 和 $\Phi(\epsilon'_{2i}, p'_{g_i}(n))$, $i = 1, 2, \dots, p$, 选择目标函数值最小的 p 个向量构成新的父代群体;

(5) 重复步骤(2), (3), (4), 直至找到最优解或达到算法允许的最大迭代次数为止.

5 设计结果与讨论

按本文所提出的方法设计了两个非均匀完全重构滤波器组. 前一个例子为两通道, 第 1 通道的上下采样率是 $3/4$, 第 2 通道的是 $1/4$, 两者互质, 可以绘出分析和合成滤波器组的频率特性. 后一个例子为 3 通道, 相应通道的上下采样率为 $(2/4, 1/4, 1/4)$, 第 1 通道的上下采样率为非互质, 不能绘出等效的分析(合成)滤波器组的频率特性图, 但按通常的方法即用正弦信号(频率从 0 到 2π 改变)作为输入, 计算其输出频率特性. 对这两个例子共设计了 2, 3, 4 均匀通道的 3 个原型滤波器 p_2, p_3, p_4 , 其长度和各自的 ϵ 系数均列于表 1, 图 2 示出 4 通道均匀分析滤波器组的幅频特性曲线, 图 3 是两通道 $(3/4, 1/4)$ 非均匀分析滤波器组的频率响应曲线, 相应的各滤波器的阻带衰减在 50 dB 以上.

表 1 原型滤波器的长度和选择的剪切频率因子

| | p_2 | p_3 | p_4 |
|---------------------|---------|---------|---------|
| 原型滤波器长度 | 20 | 30 | 40 |
| 阻带截止频率因子 ϵ | 1.00064 | 1.00750 | 1.00000 |

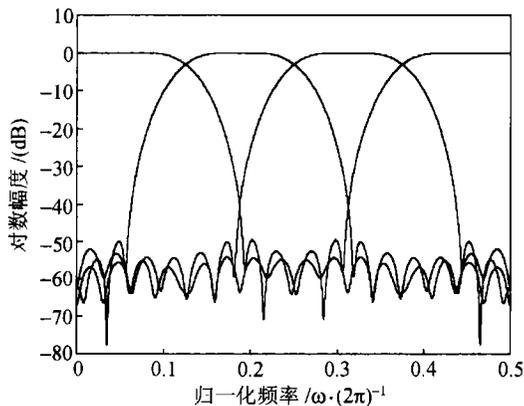


图 2 均匀四通道分析滤波器组幅频特性

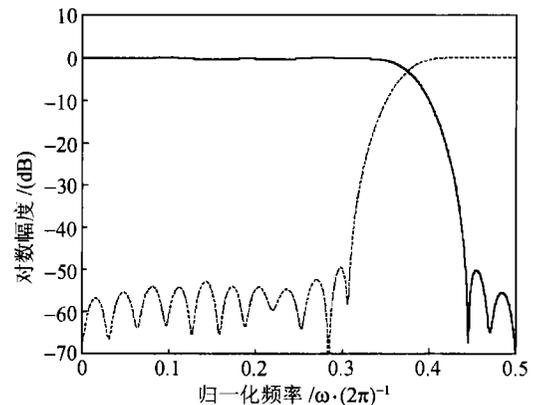


图 3 $(3/4, 1/4)$ 非均匀两通道分析滤波器组幅频特性

从得到的结果来看, 本文提出的混合二次优化算法, 可解决双目标函数计算问题, 而且所设计非均匀滤波器组具有良好的频率特性, 说明该方法是有效的. 如果设计的滤波器的长度增加, 则整个优化计算代价会倍增, 这是今后要解决的问题.

参 考 文 献

- 1 Sony J, et al. New results and open problems on nonuniform filter-banks. Proc IEEE ICASSP'99, 1999, 1501
- 2 Kovacevic J, et al. Perfect reconstruction filter banks with rational sampling factors. IEEE Trans on SP, 1993, 2047: 2066
- 3 Cox R V. The design of uniformly and nonuniformly spaced pseudoquadrature mirror filters. IEEE Trans on ASSP, 1986, 1090: 1096
- 4 Li J, et al. A simple design method for near-perfect reconstruction nonuniform filter banks. IEEE Trans on SP, 1997, 2105
- 5 Koilpillai R D, et al. Cosine-modulated FIR filter banks satisfying perfect reconstruction. IEEE Trans on SP, 1992, 770: 783
- 6 Hoang P Q, et al. Nonuniform multirate filter banks theory and design. In: Proc. of ISCAS-89, 1989, 371
- 7 Chan S C, et al. Theory and design of a class of nonuniform cosine-modulated filter banks. In: Proc. IEEE ICASSP'2000, Istanbul, Turkey, 2000, 340: 343
- 8 Vaidyanathan P P. Multirate Systems and Filter Banks. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1992
- 9 Shi G M, et al. A novel design method for cosine modulated perfect-reconstruction filter banks using genetic algorithm. In: Proc ISSPIS'99, Guangzhou: South China University of Technology Press, 1999, 94